

Übung zur Differentialrechnung

1) Unter welchem Winkel schneiden sich die Wendetangenten der Kurve

$$f(x) = \frac{1}{24}x^4 - x^2 - \frac{16}{3} \quad ? \quad [\alpha = 138,9^\circ]$$

2) In welchen Punkten des Funktionsgraphen $y = x^5 - 3x^2 + 2x - 4$ verläuft die Tangente an den Graphen parallel zur Geraden $y = 2x + 9$? [$P_1(0|-4)$; $P_2(1,062|-3,91)$]

3) a) $f(x, z) = xz^2 - \frac{5}{z^3 - 1}$

Berechne: $\frac{df}{dx}$ und $\frac{df}{dz} = ?$ [z^2 ; $2xz + \frac{15z^2}{(z^3 - 1)^2}$]

b) $U = (R - 2b)^3 (5 - b)$

Berechne: $\frac{dU}{db} = ?$ [$(R - 2b)^2(8b - R - 30)$]

4) Eine Tangente an $f(x) = 3x^2 - 2x$ schließt mit der x-Achse $\alpha = 30^\circ$ ein. Wie lauten die Koordinaten des Berührungspunktes? [$B(0,43|-0,31)$]

5) In welchen Punkten hat der Graph der Funktion $f(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x + 2$ zur x-Achse parallele Tangenten? [$P_1(2|0)$; $P_2(-2|4)$]

6) Eine Tangente an den Graphen mit der Funktionsgleichung $f(x) = 3x^2 - 4x$ schließt mit der x-Achse den Winkel $\alpha = 63,44^\circ$ ein. Gib die Koordinaten des Berührungspunktes P und die Gleichung dieser Tangente an! [$P(1|-1)$; $y = 2x - 3$]

7) Berechne die Extrempunkte (Hoch- und Tiefpunkt) und den Wendepunkt der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{5}(x^3 - 3x^2 - 9x + 11). \quad \text{Wie lautet die Gleichung der Wendetangente? } [T(3|-3,2);$$

$$H(-1|3,2); W(1|0); y = -\frac{12}{5}x + \frac{12}{5}]$$

8) Bilde jeweils die 1. Ableitung und vereinfache:

a) $f(x) = \left(\frac{x^2 + 3x}{2x - 1}\right)^2$ $[f'(x) = \frac{4x^4 + 8x^3 - 18x^2 - 18x}{(2x - 1)^3}]$

b) $f(x) = \sqrt[3]{\sin x} \cos x$ $[f'(x) = \frac{\cos^2 x - 3 \sin^2 x}{3 \sqrt[3]{\sin^2 x}}]$

c) $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 - 4x + 1}$ $[f'(x) = \frac{4x - 4}{3 \sqrt[3]{(2x^2 - 4x + 1)^2}}]$

d) $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{\sqrt{x - 3}}$ $[f'(x) = \frac{6x^2 - 24x - 1}{2(x - 3)\sqrt{x - 3}}]$