

## Extremwertaufgaben mit vermischten Nebenbedingungen

1) An den Ecken eines Rechtecks mit der Länge  $l = 16 \text{ cm}$  und der Breite  $b = 10 \text{ cm}$  werden kleine Quadrate ausgeschnitten und aus dem Rest eine Schachtel gebildet. Wie groß muss die **Seitenlänge der Quadrate** sein, damit das **Volumen der Schachtel maximal** ist?

(Lös.:  $x = 2 \text{ cm}$ )

2) Einem **Drehkegel** mit dem Radius  $r$  und der Höhe  $h$  werden **Drehzylinder** eingeschrieben. Berechne die Maße, das Volumen und die Oberfläche jenes Zylinders, der

a) das größte Volumen,

b) den größten Mantel hat!

(Lös.: a)  $R = \frac{2r}{3}$ ;  $H = \frac{h}{3}$ ;  $V = \frac{4r^2\pi h}{27}$ ;  $O = \frac{8r^2\pi + 4r\pi h}{9}$ ; b)  $R = \frac{r}{2}$ ;  $H = \frac{h}{2}$ ;  $M = \frac{rh\pi}{2}$ )

3) Einer **Kugel** mit dem Radius  $r$  werden **Zylinder** eingeschrieben. Berechne die Maße, das Volumen und die Oberfläche jenes Zylinders mit maximalem Volumen!

(Lös.:  $H = \frac{2r\sqrt{3}}{3}$ ;  $R = \frac{r\sqrt{6}}{3}$ )

4) Einer **Halbkugel** mit dem Radius  $r$  werden **Drehkegel** eingeschrieben, deren Spitze im Mittelpunkt des Basiskreises der Halbkugel liegt. Berechne die Maße des **Kegels mit dem größten Volumen!**

(Lös.:  $H = \frac{r\sqrt{3}}{3}$ ;  $R = \frac{r\sqrt{6}}{3}$ )

5) Einem **Halbkreis** mit dem Radius  $r$  soll das **Rechteck mit größtem Flächeninhalt** eingeschrieben werden! Welche Maße hat dieses Rechteck?

(Lös.:  $a = r\sqrt{2}$ ;  $b = \frac{r\sqrt{2}}{2}$ )

6) Einem **Drehzylinder** mit dem Radius  $r$  und der Höhe  $h$  werden **Drehkegel** so umgeschrieben, dass die Zylindergrundfläche konzentrisch in der Kegelgrundfläche liegt. Berechne die Maße desjenigen Kegels, der das kleinste Volumen hat!

(Lös.:  $R = \frac{3r}{2}$ ;  $H = 3h$ )

7) Einem **Drehkegel**, dessen Höhe  $h$  doppelt so groß wie sein Radius  $r$  ist, wird das **volumsgrößte, regelmäßige vierseitige Prisma eingeschrieben**. Berechne das **Verhältnis der Volumina** der beiden Körper!

(Lös.:  $V_P : V_K = 16 : 9\pi$ )