

Übungsblatt zu Flächen- und Volumsberechnungen

1) Der Hohlraum eines Bechers entsteht durch Rotation der Funktion $f(x) = \sqrt{k \cdot (x+1)}$ um die **erste Achse** zwischen $x=0$ und $x=3$. Wähle k so, dass der obere Rand des Bechers den Radius $r=6$ cm hat. Wie groß ist das Volumen des Bechers? [Lösungen: $k=9$; $V=212,06$ cm³] In dieses Gefäß werden 100 cm³ Wasser gegossen. Wie hoch steht das Wasser im Gefäß? [Lös.: 1,84 cm]

2) Der Hohlraum einer Sektschale entsteht durch Rotation der Funktion $f(x) = k \cdot \sqrt{x}$ um die erste Achse. Der Hohlraum ist 4 cm hoch, und der Rand hat einen Radius von 6 cm. Wie hoch steht der Flüssigkeitsspiegel im Glas, wenn $\frac{1}{8}$ l Sekt drinnen ist ($1l=1000$ cm³)? [Lös.: $k=3$; $V=226,19$ cm³; $h=2,97$ cm] Wie hoch müsste das Glas zumindest sein, damit ein Viertelliter Sekt drinnen Platz hätte? [Lös.: $h=4,2$ cm]

3) Berechne das **Flächenstück**, das von den Kurven $k_1: y^2=4x$ und $k_2: y^2=8(x-4)$ begrenzt wird. [Lös.: 30,18 E²] Dieses Flächenstück rotiert um die x-Achse. Berechne das **Volumen** des entstehenden Drehkörpers! [**$64\pi E^3$**]

4) Text wie 3) für: $k_1: y^2=6x$ und $k_2: y^2=9(x-2)$ [Lös.: 16 E²; **$36\pi E^3$**]

5) Text wie 3) jedoch nur Flächeninhalt für: $k_1: y^2=3x$ und $k_2: y^2=\frac{9}{2}(x-1)$ [Lös.: $A=4$ E²]

6) Berechne das **Volumen** einer **Ellipse in 1.Hauptlage** bei Rotation um die x-Achse!

7) Berechne das **Volumen** einer **Ellipse in 1.Hauptlage** bei Rotation um die y-Achse!

8) Berechne das **Volumen** der folgenden **Ellipse in 1.Hauptlage** bei Rotation um die x-Achse:
ell: $4x^2 + 25y^2 = 100$ [Lös.: $V = \frac{80}{3} \pi E^3$]

9) Berechne **Volumen** der folgenden **Ellipse in 1.Hauptlage** bei Rotation um die x-Achse:
ell: $16x^2 + 25y^2 = 400$ [Lös.: $V = \frac{320}{3} \pi E^3$]

10) Die Kurve $f(x) = (a-x) \cdot \sqrt{x}$ und die x-Achse schließen ein Flächenstück ein, das um die x-Achse rotiert und das Volumen $V_x = \frac{16\pi}{3}$ hat. Berechne a ! [Lös.: $a = \pm 2 \cdot \sqrt{2}$]

11) Man berechne den **Inhalt** der von den Kurven $f(x) = \frac{x^2}{2} + 2$ und $g(x) = x + 6$ begrenzten Fläche. [Lös.: $A=18$ E²]

12) Die Funktion $f(x) = e^{2x} - 2e^x$, die **x-Achse** und die **Gerade $x = -1$** begrenzen ein Flächenstück. Fertige eine Skizze an!

a) Berechne den **Flächeninhalt**!

b) Das Flächenstück rotiert um die x-Achse. Berechne das **Rotationsvolumen**!

[Lös.: 1,33 E²; 3,5326 E³]