

Übungszettel Folgen

1) Von einer Folge der Form $\left\langle \frac{n^2 + 2n + a}{n^2 + b} \right\rangle$ ist $a_1 = 3$ und $a_2 = \frac{5}{2}$.

a) **Berechne die Konstanten a, b** und bestimme die **Monotonie der Folge** (Beweis)! [$a=12$; $b=4$; streng monoton fallend]

b) Zeige, dass 1 eine **untere Schranke** der Folge a_n ist! [$n > -4$ w.A., da $n \in \mathbb{N}$]

c) Wie lautet der **Index n_0** , von dem an alle Elemente der Folge in der ε -Umgebung ($\varepsilon=0,1$) des Grenzwertes a liegen. [$n_0=24$]

2) Gegeben sei die Zahlenfolge $a_n = \frac{6n^2 + 5n + 1}{8n^2 - 3n + 3}$.

a) Beweise, dass die Folge **streng monoton fallend** ist! [$58n^2 + 38n > 28$ w.A.]

b) Bestimme den **Grenzwert a** und jenen **Index m**, von dem ab alle Glieder der Folge in der Umgebung **U(a; 0.05)** liegen! Formuliere eine entsprechende **Antwort!** [$a=\frac{3}{4}$; $m=19$]

3) Eine unendliche Zahlenfolge b_n ist gegeben durch $\left\langle \frac{2}{5}; -\frac{2}{7}; -\frac{6}{9}; -\frac{10}{11}; \dots \right\rangle$.

a) **Beweise**, dass $b_n = \frac{6-4n}{3+2n}$ die **Abbildungsgleichung** der Folge ist!

b) Untersuche das **Monotonieverhalten von b_n** (Beweis!!!)! [streng monoton fallend]

c) Ist $S = \frac{3}{5}$ eine **obere Schranke** der Folge b_n ? [$n \geq \frac{21}{26}$]

d) Bestimme den **Grenzwert b** und jenen **Index m**, von dem ab alle Glieder der Folge in der Umgebung **U(b; 0.002)** liegen! Formuliere eine entsprechende **Antwort!** [$b=-2$; $m=2999$]

4) Eine unendliche Zahlenfolge a_n ist gegeben durch $\left\langle \frac{9}{5}; \frac{16}{7}; \frac{23}{9}; \frac{30}{11}; \dots \right\rangle$.

Beweise, dass $a_n = \frac{2+7n}{3+2n}$ die **Abbildungsgleichung** der Folge ist!

5) Eine unendliche Zahlenfolge b_n ist gegeben durch $\left\langle \frac{1}{4}; 0; -\frac{1}{7}; -\frac{4}{17}; \dots \right\rangle$.

Beweise, dass $b_n = \frac{4-2n}{5+3n}$ die **Abbildungsgleichung** der Folge ist!

6) a) Gib die **ersten fünf Glieder** der Zahlenfolge $\langle a_n \rangle$ an, die durch $a_n = \frac{1+5n}{3n-2}$ gegeben ist.

[$6; \frac{11}{4}; \frac{16}{7}; \frac{21}{10}; 2; \dots$]

b) Untersuche das **Monotonieverhalten** (Beweis!). [$1 < -12$; streng monoton fallend]

c) Ist $s = \frac{5}{3}$ eine **untere Schranke** der Folge? [$3 \leq -12$]

d) Bestimme den **Grenzwert a** und jenen **Index m**, von dem ab alle Glieder der Folge im Intervall $|a_n - a| < \frac{1}{3}$ liegen. Formuliere eine entsprechende **Antwort!** [$a = \frac{5}{3}$; $m=6$]