Übungszettel Funktionen

Blatt 1

1)Für eine Schar von Funktionen gilt: $\mathbf{x \to \frac{a + b\ln(x)}{x}}$ $\mathbf{(a, b \in \Re)}$

a)Beweise, dass $\mathbf{f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x}}$ eine Termdarstellung jener Funktion ist, die den **Hochpunkt H(1/1)** hat! [a=b=1]
b)Bestimme die größtmögliche **Definitionsmenge** und untersuche diese Funktion auf **Nullstellen**, **Extremstellen**, **Art der Extrema** und **Wendepunkte**. [D=$\Re^+$; N(e^{-1}/0); H(1/1); W(1,65/0,91)]
c)Wie lautet die **Gleichung der Wendetangente** ? [t_W: y = -0,18x + 1,21]
d)Zeichne den **Funktionsgraph in (0/5]** !
e)Berechne die vom Funktionsgraph und der x-Achse eingeschlossene **Fläche in [e^{-1}/e^2]** ! [4,5E²]

2) Für eine Schar von Funktionen gilt: $\mathbf{x \to \frac{a + b\ln(x)}{x}}$ $\mathbf{(a, b \in \Re)}$

a)Beweise, dass $\mathbf{f(x) = \frac{1 - \ln(x)}{x}}$ eine Termdarstellung jener Funktion ist, die den **Tiefpunkt T(e^2/-e^{-2})** hat! [a=1; b=-1]
b)Bestimme die größtmögliche **Definitionsmenge** und untersuche diese Funktion auf **Nullstellen**, **Extremstellen**, **Art der Extrema** und **Wendepunkte**. [D=$\Re^+$; N(e/0); T(e^2/-e^{-2}); W($e^{2,5}$/-0,12)]
c)Wie lautet die **Gleichung der Wendetangente** ? [t_W: y = 0,00337x - 0,16]
d)Zeichne den **Funktionsgraph in (0/13]** !
e)Berechne die vom Funktionsgraph und der x-Achse eingeschlossene **Fläche in [e/e^2]** ! [0,5E²]

3)Gegeben sind die Funktionen **F: x → (x-a) ln(x) , ($a \in \Re$) .**

a) Bestimme a so, dass der Graph von f einen **Tiefpunkt** mit der **Abszisse e** hat. [**f(x)=(x-2e) ln(x)**]
b) Bestimme die größtmögliche **Definitionsmenge** und untersuche diese Funktion auf **Nullstellen**, **Extremstellen**, **Art der Extrema**. [D=$\Re^+$; N_1(1/0); N_2(2e/0); T(e/-e)]
c) Zeichne den **Funktionsgraph in (0/7]** !
d) Berechne die vom Funktionsgraph und der x-Achse eingeschlossene **Fläche !** [8,04E²]

4) Gegeben sind die Funktionen **F: x → $(e^x+a)^2$, ($a \in \Re$) .**

a) Bestimme a so, dass der Graph von f an der Stelle **x = 0** einen **Extremwert** hat. [**f(x)= $(e^x-1)^2$**]
b) **Diskutiere** die Funktion (Zeichnung nicht notwendig)! [**D=$\Re$;** N(0/0); T(0/0); W(-ln2/0,25); t_W: y = 0,5x - 0,1]
c) Berechne den **Flächeninhalt** unter der Kurve zwischen Nullstelle und Wendestelle. [A=0,068E²]

Übungszettel Funktionen

Blatt 2

5) Welche Kurve der Gestalt **$y = ax^2 e^{-bx} + c$** hat an der Stelle **$x = 1$** den Funktionswert $\frac{1}{e}$ und im Punkt **$E(2/\frac{4}{e^2})$** ein **Extremum**?

a) Ermittle die Gleichung der Funktion. [$f(x) = x^2 e^{-x}$]

b) **Diskutiere** die Funktion (Wendetangenten nicht notwendig) und zeichne ihren Graphen im Intervall [-1/4] ! (Einheit 2 cm) [**$D=\mathfrak{R}$**; N(0/0); T(0/0); H(2/0,54); W_1(3,41/0,38); W_2(0,58/0,19); a: y=0]

c) Berechne den Inhalt jener **Fläche**, die der Graph mit der x-Achse im Intervall **[0/2]** einschließt! [A=0,647E²]

6) Gegeben sei die **Funktionskurve** mit der Gleichung $\mathbf{f(x) = \frac{x}{1+\ln(x)}}$.

a)Bestimme die **größtmögliche Definitionsmenge** ! [**$D=\mathfrak{R}^+ \setminus \{\frac{1}{e}\}$**]

b)Nullstellen, Extrempunkte, Art der Extrema und Wendepunkte ? [**keine** Nullstellen; **T(1/1); W(e**/e*0.5)]

c)Gleichung der **Wendetangente** ? [**t_W: y=0,25x+$\frac{e}{4}$**]

d)Zeichne den **Funktionsgraph** in **(0/5]** !

7) Gegeben sind die Funktionen **$F: x \rightarrow x\,(\ln(x)+c)\,,\ (c \in \mathfrak{R})$.**

a) Bestimme c so, dass der Graph von f an der Stelle **x = 1** einen **Extremwert** hat. [f(x) = x (ln(x)-1)]

b) **Diskutiere** die Funktion (Zeichnung nicht notwendig)!
[**$D=\mathfrak{R}^+$; N(e/0); T(1/-1); kein** Wendepunkt]

8)Die Funktion $\mathbf{f(x) = axe^{bx}}$ $\mathbf{(a \neq 0, b \neq 0\,; a, b \in \mathfrak{R})}$ hat im Punkt **$P(2/\frac{10}{e^2})$** die Steigung $k=-\frac{5}{e^2}$.

Stelle die **Funktionsgleichung** auf! [$\mathbf{f(x) = 5x\,e^{-x}}$]

9)Für eine Schar von Funktionen gilt: $x \rightarrow a \cdot \ln(x) - b \cdot \ln^2(x)$ $\mathbf{(a \neq 0, b \neq 0\,; a, b \in \mathfrak{R})}$.

a)Beweise, dass $f(x) = 4 \cdot \ln(x) - 2 \cdot \ln^2(x)$ eine Termdarstellung jener Funktion ist, die den **Hochpunkt H(e/2)** hat! [a=4; b=2]

b)Bestimme die größtmögliche **Definitionsmenge** und untersuche diese Funktion auf **Nullstellen**, **Extremstellen**, **Art der Extrema** und **Wendepunkte**. [D=$\mathfrak{R}^+$; N_1=(1|0), N_2(e^2/0); H(e/2); W(e^2/0)]

c)Wie lautet die **Gleichung der Wendetangente** ? [t_W: y = -0,54x + 4]

d)Zeichne den **Funktionsgraph in [e^{-1}/8]** ! (1E=1cm)

e)Berechne die vom Funktionsgraph und der x-Achse eingeschlossene **Fläche im 1.Quadranten**! [8E²]