STATISTIK

MITTELWERTE:

a) Gegeben sei eine Urliste $x_1, x_2, \dots, x_n$. Man nennt

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

das **arithmetische Mittel** oder den **Mittelwert** der Urliste (n ist die Anzahl der Elemente der Urliste).

Andere Angabenformen:

a_1	a_2	...	a_k
H_1	H_2	...	H_k

a_i ... Variablenwerte; H_i ... absolute Häufigkeiten

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k a_i \cdot H_i = \frac{a_1 H_1 + a_2 H_2 + \dots + a_k H_k}{n}$$

(k...Anzahl der verschiedenen Variablenwerte in der Urliste)

a_1	a_2	...	a_k
h_1	h_2	...	h_k

a_i ... Variablenwerte; h_i ... relative Häufigkeiten: $h_i = \frac{H_i}{n}$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k a_i h_i = a_1 h_1 + \dots + a_k h_k$$

Kontrollen: $\sum_{i=1}^k H_i = n$ $\sum_{i=1}^k h_i = 1$

Beispiel: Die drei Parallelklassen 7A, 7B, 7C eines Gymnasiums vergleichen nach der ersten Mathematikschularbeit die Noten:

7A: 3, 1, 3, 2, 5, 1, 3, 3, 4, 2, 3, 2, 2, 1, 5, 3, 2, 1, 3

7B: 2, 2, 3, 2, 5, 2, 1, 3, 3, 2, 2, 2, 3, 4, 1, 5, 4, 2, 5, 3, 2, 4, 2, 3

7C: 5, 2, 1, 2, 2, 4, 5, 5, 1, 3, 1, 5, 2, 5, 1, 2, 5

Wir stellen die Notenverteilungen in einer Tabelle dar:

	1	2	3	4	5
7A	4	5	7	1	2
7B	2	10	6	3	3
7C	4	5	1	1	6

$$\underline{7A}: \bar{x} = \frac{49}{19} \approx 2,6 \quad \underline{7B}: \bar{x} = \frac{67}{24} \approx 2,8 \quad \underline{7C}: \bar{x} = \frac{51}{17} = 3$$

Statistische Formeln
7.Klasse AHS

b) **Modalwert:** Es sei $x_1, x_2, \dots, x_n$ eine Messreihe eines beliebigen Merkmals. Dann heißen diejenigen Merkmalausprägungen, die **am häufigsten** vorkommen, **Modalwert(MODUS)**. Falls mehrere Werte mit dieser höchsten Häufigkeit auftreten, so existiert kein Modus.

Beispiel: (siehe Tabelle oben) 7A: 3; 7B: 2 7C: 5

c) **Median:** Ordnet man eine **Liste von Variablenwerte** der Größe nach, so heißt bei einer ungeraden Anzahl von Werten **der in der Mitte stehende Wert MEDIAN oder Zentralwert der Liste**. Bei einer geraden Anzahl von Werten bezeichnet man das **arithmetische Mittel** der beiden **in der Mitte** stehenden Werte als Median.

Beispiel:

7A: 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 5 (ungerade Anzahl)

7B: 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5 (gerade Anzahl)

7C: 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5 (ungerade Anzahl)

d) **Geometrisches Mittel:**

Beispiel: Der Umsatz eines Betriebes ist in vier aufeinanderfolgenden Jahren jeweils um den Faktor 1,45; 2,10; 1,30; 1,40(d.h. um 45%, 110%, 30%, 40%)gestiegen. Wie groß war die **durchschnittliche Steigerung**, d.h. um welchen konstanten Faktor hätte der Umsatz jährlich steigen müssen, um insgesamt um denselben Faktor zu steigen? Stelle eine Formel auf, mit deren Hilfe man aus Wachstumsfaktoren $x_1, \dots, x_n$ diesen „**mittleren**“ Wachstumsfaktor berechnen kann!

Das entsprechende Zentralmaß heißt **geometrisches Mittel:**

Sind $x_1, \dots, x_n$ positive reelle Zahlen, so heißt $\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$ das **geometrische Mittel** von $x_1, \dots, x_n$.

$x_1=1,45; x_2=2,10; x_3=1,30; x_4=1,40$

$\sqrt[4]{1,45 \cdot 2,10 \cdot 1,30 \cdot 1,40} \approx 1,53(53\%)$

e) **Harmonisches Mittel:**

Bei einem Autorennen sind fünf Runden zu fahren. Die **mittleren Geschwindigkeiten** in den einzelnen Runden betragen für einen Fahrer: 183; 210, 201; 180; 182(km/h). Wie groß ist die mittlere Geschw. für alle fünf Runden?

Gib eine Formel an, mit der diese mittlere Geschwindigkeit aus den einzelnen mittleren Geschwindigkeiten berechnet werden kann.

Sind $x_1, \dots, x_n$ positive reelle Zahlen, so heißt $\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$ das **harmonische Mittel** von

$x_1, \dots, x_n$.

$$\frac{\frac{5}{\frac{1}{183} + \frac{1}{210} + \frac{1}{201} + \frac{1}{180} + \frac{1}{185}}}{0,026} = \frac{5}{0,026} = 190,5 \text{ km/h}$$

STREUUNGSMAßE:

Es sei $x_1, \dots, x_n$ eine Liste von Variablenwerten mit dem Mittelwert $\bar{x}$. Dann nennt man

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

die (empirische) **Standardabweichung der Liste** (gebräuchlichstes Streuungsmaß). Die Zahl s^2 heißt (empirische) **Varianz** oder mittlere quadratische Abweichung.

Beispiel: Bei einem Wettbewerb waren 8 Aufgaben zu lösen. Die **Anzahl der richtig gelösten Aufgaben** verteilte sich wie folgt:

Anz. a_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
h_i in %	18	23	17	12	10	8	8	3	1

- Wie groß ist die durchschnittliche Zahl gelöster Aufgaben?
- Berechne die empirische Standardabweichung!

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k a_i h_i = a_1 h_1 + \dots + a_k h_k = 0 \cdot 0,18 + 1 \cdot 0,23 + \dots + 8 \cdot 0,01 = \underline{\underline{2,5}}$$

$$s = \sqrt{h_1 \cdot (a_1 - \bar{x})^2 + h_2 \cdot (a_2 - \bar{x})^2 + \dots + h_k \cdot (a_k - \bar{x})^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^k (a_i - \bar{x})^2 \cdot h_i}$$

$$s = \sqrt{0,18 \cdot (0 - 2,5)^2 + 0,23 \cdot (1 - 2,5)^2 + \dots + 0,01 \cdot (8 - 2,5)^2} = \underline{\underline{2,08}}$$

Beispiel: Die Körpergrößen von 700 sechsmonatigen Säuglingen verteilen sich wie folgt:

cm	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
Häuf.	25	35	52	84	120	135	100	61	41	33	14

$$\bar{x} = \underline{\underline{66,76}}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot [H_1 \cdot (a_1 - \bar{x})^2 + H_2 \cdot (a_2 - \bar{x})^2 + \dots + H_k \cdot (a_k - \bar{x})^2]}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{700} \cdot [25 \cdot (62 - 66,76)^2 + 35 \cdot (63 - 66,76)^2 + \dots + 14 \cdot (72 - 66,76)^2]} = \underline{\underline{2,29}}$$