

Wiederholung Vektorrechnung 2

1. Eine **schiefe Pyramide** mit der **Spitze S(9|6|9)** besitzt das **Parallelogramm A, B(5|3|0), C(4|10|12), D(-3|9|0)** als Basis.
 - a. Die Basis ist ein „besonderes Parallelogramm“. Welches? Führe den Nachweis rechnerisch! [Lös.: Rhombus]
 - b. Berechne die **Höhe** und das **Volumen** der Pyramide! [Lös.: $h=0,069$; $V=42\text{VE}$]
 - c. Berechne den **Neigungswinkel** der Seitenkante BS zur Basisebene! [Lös.: $5,402^\circ$]
2. wie 1) **S(6|5|1), A, B(2|2|-2), C(5|6|10), D(9|3|10)** [Lös.: Rechteck; $h=3,277$; $V=71\text{VE}$; $34,183^\circ$]
3. Die Basis Eckpunkte einer **rechteckigen Pyramide A(-1|2|3), B(b₁|-2|0), C(4|c₂|c₃), D** liegen in der Ebene **E: $2x - 5y + 6z = d$** , die **Spitze S** liegt senkrecht über dem Eckpunkt D auf der Geraden **g: $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 7 \\ -18 \\ 20 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$** . Berechne die **fehlenden Koordinaten** und das **Volumen** der Pyramide! [Lös.: B(-2|-2|0), C(4|-2|-2), D(5|2|1); $V=260\text{VE}$]
4. Die Grundfläche einer **dreiseitigen Pyramide** liegt in der Ebene **E: $9x - 2y + 6z = 13$** . Die Gleichungen der Trägergeraden zweier Seitenkanten lauten **g: $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} -8 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$ und h: $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ -15 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 11 \end{pmatrix}$** , die dritte Seitenkante steht auf die Basisebene normal.
 - a. Wie lauten die Koordinaten der **Eckpunkte** der Pyramide? [Lös.: A(1|4|2), B(5|4|-4), C(1|1|1), D(10|-1|7)]
 - b. Bestimme den **Flächeninhalt der Grundfläche** und das **Volumen** der Pyramide! [Lös.: $A=11\text{FE}$; $V=\frac{121}{3}\text{VE}$]
5. Von einem **Tetraeder ABCD** kennt man **A(2|-3|-1), B(1|3|1), C(-2|-3|4), D(3|4|5)**. Fertige eine **Skizze** an! Berechne
 - a. den **Winkel φ** zwischen der **Seitenkante AD** und der **Grundfläche ABC**,
 - b. das **Volumen V** des Tetraeders,
 - c. den **Fußpunkt F** der **Raumhöhe h**!
 [Lös.: $25,35^\circ$; $V=25,5\text{VE}$; $F(-0,1|4,31|2,52)$; $h=3,98$]
6. Eine **dreiseitige Pyramide ABCS** hat die Spitze **S(0|0|9)**. Die Grundfläche liegt in der Ebene **E: $3x + 2y + 9z = 9$** . Die Trägergeraden der Seitenkanten haben die Gleichungen

$$\mathbf{e}: \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{f}: \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -1 \\ 1,5 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{g}: \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$
 - a. Ermittle die Koordinaten der **Eckpunkte A, B und C**!
[Lös.: A(3|0|0), B(-2|3|1), C(-1|-3|2)]
 - b. Berechne das **Volumen** und die **Oberfläche** der **Pyramide**!
[Lös.: $V = 36\text{VE}$, $O = 83,72\text{FE}$]