Volumsberechnungen

1) Der Abschnitt des Graphen von f(x) zwischen den Punkten $(x_1/f(x_1))$ und $(x_2/f(x_2))$ rotiert um die **x-Achse**. Berechne das Volumen des dabei entstehenden Drehkörpers!
   a) $f(x) = 3x$ $\quad x_1 = 0, x_2 = 2$
   b) $f(x) = x/2 + 3$ $\quad x_1 = 0, x_2 = 4$
   c) $f(x) = x^2/3$ $\quad x_1 = 0, x_2 = 3$
   d) $f(x) = x^2 + 1$ $\quad x_1 = 0, x_2 = 2$
   e) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ $\quad x_1 = 1, x_2 = 8$
   f) $f(x) = 1/x$ $\quad x_1 = 1, x_2 = 5$
2) Wie Bsp. 1, wobei die Kurvenstücke um die **y-Achse** rotieren.
3) Gegeben sind die Kurve **$y^2 = 8x$** und die Gerade **$y = 2x$**. Berechne das Volumen des Körpers, der entsteht, wenn das Flächenstück zwischen der Kurve und der Geraden um die **x-Achse** rotiert!
4) Das Flächenstück zwischen den Parabeln **$y^2 = 4x$** und **$x^2 = 4y$** rotiert um die **x-Achse**. Wie groß ist das Volumen des entstehenden Drehkörpers?
5) Die Form einer **Vase** entsteht, wenn der Graph der Funktion f: **$y = x^2/20 + 5$** zwischen den Grenzen **$x_1 = -8$** und **$x_2 = 10$** um die **x-Achse** rotiert. Berechne das Volumen der Vase.
6) Der Innenraum eines **Trinkglases** hat die Form eines **Paraboloids** (**r = 3 cm, h = 12 cm**).
   a) **Wieviel Flüssigkeit** fasst das Glas?
   b) In welcher **Höhe** muss die Markierung für **1/8 l** angebracht werden?

   (Anleitung: Ermittle die Gleichung der Parabel in der Form $y = ax^2$.)

7) Ein **Fass** ist **8 dm lang**, sein **Durchmesser** beträgt in der **Mitte 8 dm** und am **Rand 6 dm**. Die Fassdauben haben die Form einer **Parabel**. Wie groß ist das Volumen des Fasses? (Anleitung: Zeichne das Fass so in das Koordinatensystem, dass der Ursprung im Mittelpunkt liegt und die x-Achse die Rotationsachse ist, und ermittle die Gleichung der *Parabel* $y = ax^2 + b$.)
8) Die Form einer **Linse** entsteht, wenn das Flächenstück zwischen zwei Parabeln um die **y-Achse** rotiert. Die eine Parabel hat ihren Scheitel im Koordinatenursprung, die andere im Punkt **S(0/3),** und sie schneiden einander im Punkt **P(8/2).** Ermittle die Gleichungen der Parabeln (Ansatz: $y = ax^2 + b$) und das Volumen der Linse.
9) Wie Bsp. 8, wobei der **Scheitel der einen Parabel im Koordinatenursprung**, der der anderen im Punkt **S(0/-1,5)** liegt und sie einander in **P(5/1)** schneiden.

Ergebnisse:

1)
   a) 24π
   b) 65,33π
   c) 5,4π
   d) 13,73π
   e) 18,6π
   f) 0,8π

2)
   a) 8π
   b) 10,67π
   c) 13,5π
   d) 8π
   e) 18,14π
   f) 4π

3) 5,33π
4) 19,2π
5) 768,4π = 2414 cm³
6)
   a) 54π = 170 ml
   b) 10,3 cm

7) f: $y = -x^2/16 + 4$; V = 108,27π = 340 l
8) f_1: $y = x^2/32$; f_2: $y = -x^2/64 + 3$; V = 96π
9) f_1: $y = x^2/25$; f_2: $y = x^2/10 -1,5$; V = 18,75π