Exponentielles Wachstum und radioaktiver Zerfall

1)Unter ***Radioaktivität*** versteht man das Zerfallen von Atomen. Die **Anzahl N** der radioaktiven Atome verringert sich mit der **Zeit t** . Diese zeitliche Abnahme der Atome wird durch folgende **Differentialgleichung** beschrieben: $\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$ (λ heißt **Zerfallskonstante** und ist charakteristisch für das zerfallende Element)

a)Erstelle das sogenannte **Zerfallsgesetz**, indem du die Differentialgleichung löst. Bestimme die auftretende Integrationskonstante aus der **Anfangsbedingung**, dass zum Zeitpunkt **t=0** N_0 Atome vorhanden waren.[$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$]

b)**Leite die Formel** für die **Halbwertzeit** τ her![$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda}$]

c)Bestimme die **Zerfallskonstante** λ (6 Dez. genau) für das Kohlenstoffisotop C_{14} **(**τ **=5600 Jahre**), welches bei Altersbestimmungen eine wichtige Rolle spielt![λ =0,000124]

d)Wieviel Gramm C_{14} sind nach **4000 Jahren** von einer Ausgangsmenge von **100 Gramm** noch übrig?(2 Dez.)[60,90 Gramm]

e)Bestimme das **Alter** einer Substanz, welche heute nur noch **5%** ihres ursprünglichen Gehaltes an C_{14} aufweist. Runde auf volle Jahre![24159 Jahre]

2)Die *Vermehrung von Fischen* geschehe exponentiell. Berechne den **Anfangsbestand** und den **jährlichen Zuwachs in Prozenten** (3 Nachkommastellen), wenn die Anzahl der Forellen in einem Teich **in 4 Jahren 1398** und **nach weiteren 3 Jahren 1728** beträgt!(Es darf nicht geangelt werden!) Formuliere eine entsprechende **Antwort**! [a=1,073, d.h. 7,3% Zuwachs; $F_{0=}$1055 Fische]

3)Der *Holzbestand eines Waldes* wächst exponentiell. Berechne den Holzbestand heute und den jährlichen Zuwachs in Prozenten(3 Dez.), wenn er **in 7 Jahren 14250 fm**(Festmeter) und **nach weiteren 2 Jahren 15264 fm** beträgt!(Es darf nicht geschlägert werden!) Formuliere eine entsprechende **Antwort**! ! [a=1,035, d.h. 3,5% Zuwachs; $H_{0=}$11200 fm Holz]

4)**JOD 131** zerfällt mit einer **Halbwertszeit von 8 Tagen**. Auf **wieviel %** ist eine gewisse Menge innerhalb von **30 Tagen** zurückgegangen? [λ =0,08664; 7,43%]

5)**Polonium 210** hat ein **Halbwertszeit von 139 Tagen**. Berechne, wann

a)von **10 Gramm** nur mehr **2 Gramm** *vorhanden* sind? [λ =0,00498667; t=322,75 Tage]

b)**40%** der Ausgangsmenge *zerfallen* sind? [t= 102,44 Tage]

6)Im Zerfallsgesetz $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ für das radioaktive Edelgas **Radon** ist $\lambda = 2097 \cdot 10^{-6}$, wenn die Zerfallszeit t in Sekunden gemessen wird.

a)Wie groß ist die **Halbwertszeit** für Radon? [ca. 5,5 Minuten]
b)Nach welcher Zeit sind **95%** der Anfangsmasse **zerfallen**? [ca. 23,8 Minuten]
c)Von wieviel g Radon ist eine **halbe Stunde** später noch **1g Radon übrig**? [ca. 43,6 g]